

# The Dragon Curve

## A Magical Math Journey



Изгиб Дракона:  
Волшебное Математическое  
Путешествие

Алисия Бердесс

Катрина Ширли

Русский: Маргарита Черняева



Семейная математика  
для малышей

Early  
Family  
Math



Интерактивная  
история

Русский

# Взрослый Читатель

**3 Уровня Обсуждения** Выберите подходящий уровень для вашего ребёнка. Когда вы задаете вопросы или комментируете что-то, дайте ребёнку время подумать. Помогайте с ответом когда ваш ребенок запинается и после правильных ответов задавайте вопросы или делайте комментарии, которые немного дополняют ответ ребенка.

**Уровень 1** Спрашивайте простые, точные вопросы. Спрашивайте и указывайте на то, что вы видите на странице. “Где игрушка?” “Что они делают?” “Как это называется?” “Какого это цвета?” “Сколько там мячиков?”

**Уровень 2** Спрашивайте общие или открытые вопросы о текущем моменте в истории. “Что здесь происходит?” “Что это за группа вещей?”

**Уровень 3** Спрашивайте про сюжетную линию. “Что случилось?” “Что будет дальше?” “Ты когда-нибудь сталкивалась/сталкивался с чем-то подобным или видел/видела что-то подобное?” “Что она чувствует когда это происходит?”

**Математические темы и слова** Счёт до 200 и фигуры. Прямые углы, квадраты, прямоугольники, круги, зеркальная симметрия и вращательная симметрия, подобные формы, узоры и последовательности, удвоение, степени 2 и 3, оценка.

**Читайте, разговаривайте и веселитесь!** Предложенные здесь вопросы и комментарии — это только начало.

Для 1<sup>го</sup> прочтения, читайте вопросы и комментарии красного цвета.

Для 2<sup>го</sup> прочтения, читайте вопросы и комментарии голубого цвета.

Для 3<sup>го</sup> прочтения, читайте вопросы и комментарии зеленого цвета.

После этого следуйте интересам вашего ребенка и направляйте ваши обсуждения в разные увлекательные направления.

Айяне было скучно.

Её Мама всегда говорила ей что скучать могу только скучные люди.

Так что она вышла на улицу чтобы поискать себе занятие.

Краем глаза она заметила длинную тонкую полоску бумаги, лежащую на земле.

«Интересно что бы это могло быть.»

Она её подняла ...



1. Вспомни моменты когда тебе было скучно?

2. Какие интересные вещи ты раньше находил во время прогулок?

3. Тебе нравится гулять в одиночестве или тебе нравится иметь компанию?

Она выглядела как **дорога!**



1. Прямая дорога выглядит как прямая линия.  
Какие ещё вещи выглядят как прямая линия?

2. Ты можешь придумать что-нибудь что будет продолжаться прямым вечно?

3. Короткие отрезки прямых линий отлично подходят для создания фигур. Ты можешь создать плоские формы, такие как треугольники, прямоугольники (как эта страница), и восьмиугольнике (как знаки остановки). Какие ещё фигуры можно сделать таким образом?



Она шла по дороге.

1. Как ты думаешь, жёлтый листок бумаги такой длинный или она просто играет со своим воображением?

2. Весело исследовать. Ты когда-нибудь ходил пешком в новые места которые ты раньше не видел?

3. Там, где находятся Айяна, кажется снежно и холодно. Ты живёшь вместе где идёт снег?




Айяна отправилась в своё приключение, представляя себе тёплое солнце и весенний ветерок.

1. Как ты думаешь, почему она представляла что находится в тёплом месте?

2. Почему у некоторых из этих деревьев есть иголки, а у других голые ветки?

3. Где Айяна на этой фотографии? Она в сугробе?



Пока нашла, она схватила оба конца своей дороги и сложила её пополам, сложив левый конец к правому.

Потом она её открыла ...

1. Когда у тебя есть две линии которые встречаются в одной точке они там образуют угол. Если угол похож на угол этой страницы, то он называется прямым углом.

2. Чтобы сложить вместе с Айяной используй очень длинную, тонкую полоску бумагу. Всегда складывай одинаково, например от левого конца к правому. Когда ты открываешь сгибы, положи полоску бумаги на ребро так чтобы все сгибы выглядели как полы или стены с прямыми углами.

3. Тебе нравится складывать листы бумаги чтобы создавать фигуры? Ты когда-нибудь делал простой бумажный самолётик таким образом?

Это выглядело как **гора!**



1. Видишь ли ты вокруг себя вещи где две линии образуют прямой угол? Их наверное много – сколько ты можешь найти?

2. Прямоугольники - это четырехсторонние плоские фигуры с прямыми углами на каждом углу. Страница этой истории образует прямоугольник. Ты выйдешь прямоугольники рядом с тобой?

3. Квадраты - это четырехсторонние плоские фигуры с четырьмя прямыми углами и четырьмя сторонами одинаковой длины. Ты можешь найти вокруг тебя прямоугольники которые не являются квадратами? Можешь найти квадраты которые не являются прямоугольниками? (Их нет – каждый квадрат является прямоугольником)



Она шла по дороге и поднялась на гору.

1. Как ты думаешь, как высоко в эту гору ведёт дорога?

2. Ты думаешь что ты бы смог подняться на вершину этой горы?

3. Ты живёшь рядом с горами или на равнине?




С вершины этой горы Айяна увидела совершенно новый мир.

«Что произойдёт если я снова сложу бумагу?»

1. Это иллюстрация показывает Айяну стоящий на вершине горе. Ты можешь представить себя стоящим на вершине горе?

2. Как далеко можно видеть с вершины горы? Когда ты смотришь вокруг себя где ты сейчас находишься, какие вещи мешают тебе смотреть вдаль?

3. У этих гор есть вершины которые достигают пика. Ты видел фотографии горы с округлыми вершинами? почему некоторые горы округлые, а другие имеют острые вершины?




Она сложила свою гору обратно и снова сложила её пополам, загнув левый конец к правому.

Потом она её открыла ...

1. Сколько складок она уже сделала? (2)

2. Предскажи Сколько прямых отрезков у неё теперь? (4)

3. Какие вещи ты складываешь чтобы их убрать? Сколько раз ты их складываешь? Ты всегда складываешь их пополам или иногда в трое (три одинаковые части) или в четверти (четыре одинаковые части)?

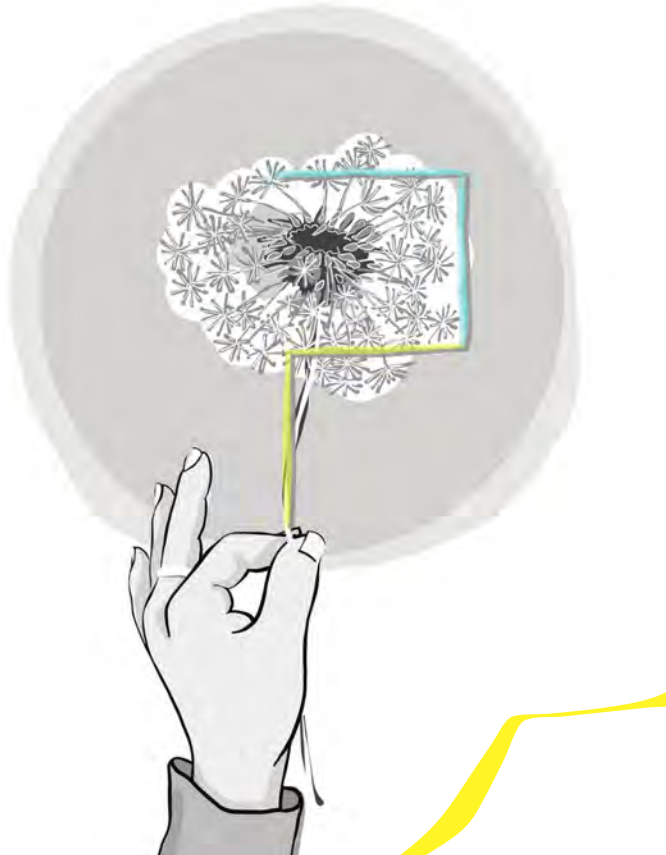


Это выглядело как **цветок!**

1. Что ещё похоже на четыре отрезки на иллюстрации? (вопросительный знак - это один.)

2. Оценка - это обоснованное предложение. Не считая, оцени сколько мелких семян в этом цветке. Затем посчитай семена, чтобы узнать насколько ты был близким.

3. Составление оценок - это весёлая игра в которую можно играть с другими. Быстро оценивайте когда вы видите что-то, а затем посчитайте кто был ближе всего.





Она шла по дороге,  
поднялась на гору,  
и подняла цветок высоко воздух.

1. Ты можешь сказать в какую сторону дует ветер?

2. Семена одуванчиков выглядят как на этой иллюстрации. Эти цветы растут во многих частях мира. У тебя есть такие цветы рядом с местом где ты живёшь?

3. Растения любят распространяться на новые места. Как наличие семян, которые могут разноситься ветром, помогают растению распространяться?

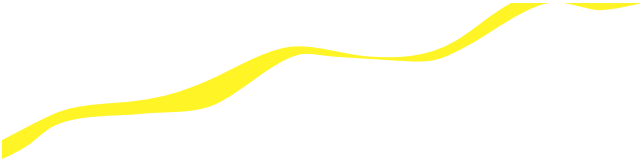


Айяна наблюдала как семена уносятся ветром, гадая куда их унесёт ветер. Ей больше не было скучно!

1. Как ты думаешь она сейчас себя чувствует?  
Почему ей больше не скучно? Что поменялось?

2. Когда тебе скучно, ты позволяешь себе скучать или пытаешься найти себе интересное занятие?

3. Одним из способов не скучать было размышление о том куда пойдут семена. Ты можешь придумать другие вопросы которые могла бы задать Айяна чтобы помочь ей не скучать?




Она сложила свой цветок обратно и снова сложила его пополам, также как и прежде.

Потом она его открыла ...

1. Предскажи как по твоему мнению будет выглядеть цветок сложенный пополам.

2. Оригами - японское искусство которое представляет собой складывание фигурок из бумаги. Обычно используется один квадратный лист бумаги. Ты когда-нибудь делал фигуры журавля с помощью методов оригами?

3. Тебе может понравиться изучить несколько красивых дизайнов складывания салфеток и кусков ткани форма животных и другие формы.



Это выглядело как **горный козёл!**



1. Киригами – японское искусство, сочетающее в себе складывание и разрезание листа бумаги. Самый простой из них сложить лист бумаги один раз и вырезать фигуру, например, лицо, дерево, или цветок.

2. Есть много способов сделать что-то симметричным. Возможно, наиболее распространённым способом является зеркальная симметрия. Если сложить лист бумаги один раз и разрезать его, то полученный рисунок всегда будет зеркально симметричным. Многие вещи в мире имеют зеркальную симметрию – ты можешь привести несколько примеров? (Лица, тела, некоторые узоры плитки, большинство стульев)

3. Сложная бумага, которую делает Айяна, не имеет зеркальную симметрию. Однако если взять половину рисунка и повернуть его на четверть оборота, то получится вторая половина рисунка. Try it!



Она шла по дороге,  
поднялась на гору,  
держала цветок высоко в воздухе,  
и улыбнулась горному козлу.

1. Цветок, который она держит это выглядит иначе чем тот который она держала раньше. Не оглядываясь назад, чем он отличается и чем он похож?

2. Имеет ли цветок, который держит Айяна, зеркальную симметрию?

3. Если немного повернуть цветок Айяны вокруг его центра, он будет выглядеть так же? Это ещё один вид симметрии, называемый вращательной симметрией. Ты пишешь вещи вокруг себя с вращательной симметрией?



Айяна наблюдала, как горный козёл балансирует на скалистом утесе.

«На сколько вышел он может подняться?»

А Айяна теперь была любопытна! Что ещё она могла обнаружить?

1. На сколько хорош твой баланс? Ты можешь балансировать на одной ноге? Ты можешь балансировать на вершине большого камня?

2. Чётное число - это число которое можно разделить на две чётные части. Назови несколько чётных чисел. Назови некоторые части горного козла, которые имеет чётное количество. (глаза, рога, ноги)

3. Если посмотреть прямо на горного козла, то у него зеркальная симметрия. При зеркальной симметрии объекта, не находящуюся вещи на центральной линии, появляется в четных числах. Какие части горного козла находятся на центральной линии?

Она сложила свою горную козу обратно и снова сложила её пополам.

Потом она её открыла ...

1. Сколько это складок и сколько отрезков линий будет у бумаги? (4, 16)

2. Что происходит с количеством отрезков линий, каждый раз когда бумага складывается? (удваивается)

3. Цветы которые она держит сейчас такие же как и те которые были раньше? Опиши чем они отличаются.



Это выглядит как **облоко!**



1. Каждый раз когда показывается новая фигура, она отображается внутри круга. Почему ты думаешь художник это делает?

2. Сколько кругов ты можешь найти вокруг того места где ты сейчас?

3. Круги могут иметь разные размеры, но все они имеют одинаковую форму. Когда две фигуры имеют одинаковую форму, они называются подобными. Похожи ли некоторые из этих облаков друг на друга?



А нашла по дороге,  
поднялась на гору,  
держала цветок в воздухе,  
улыбнулась горному козлу,  
и посмотрела вверх на облака.

1. Узор - это последовательность вещей которые подчиняются некоторому правилу. В этом случае правила заключается в том, что действие следуют последовательности фигур, складываемых из бумаги. На данный момент в схеме пять вещей. Как ты думаешь, что будет дальше?

2. Узоры можно создавать разными способами. Создай повторяющийся узор из звуков. Примеры может быть: хлоп хлоп топ, хлоп хлоп топ.

3. Можешь ли ты создать узор с числами? Вот начало двух узоров - ты можешь их продолжить дальше? 2, 4, 6, 8, 10 and 1, 4, 2, 5, 3, 6, 4, 7.




Айяна представила себе все те разнообразные формы, которые она могла бы найти в небе, когда жар после полуденного солнца начал спадать.

1. Ты когда-нибудь смотрел на облака и представлял что они имеют форму животных или других известных тебе вещей? Если да, что ты видел?

2. Ты видишь какие-нибудь знакомые формы в этих облаках? Что ты думаешь Айяна видит?

3. Айяна представляет что сегодня солнечный день. Если это всего лишь её воображение, то почему солнце не может светить всё время?



Она сложила своё облако снова и сложила его ещё раз пополам.

Потом она его открыла ...

1. Выбрал ли ты для себя достаточно длинный лист бумаги, который ты всё ещё можешь складывать? Если нет, то ты всегда можешь начать заново с более длинного куска. Ты можешь сделать одну длинную часть, соединив вместе несколько более мелких частей.

2. Если ты будешь складывать лист бумаги пополам снова и снова, Как ты думаешь, сколько раз ты можешь это сделать, прежде чем складывать его станет слишком трудно? Пять, шесть, семь, восемь, девять, десять? Какое самое большое число, которое ты мог сделать?

3. Каждый раз когда ты складываешь лист бумаги, он становится вдвое толще. Если изначально толщина составляет 1 мм, Каково его толщина после 4 складываний? (16 мм). Каково его толщина после 8 складываний? (256 мм - более четверти метра!)

Это выглядит как **парусник!**



1. Ты когда-нибудь плыл на лодке по воде? Ты когда-нибудь плавал на парусной лодке? Парусные лодки могут плыть очень быстро в ветреный день, но у них могут возникнуть проблемы если воздух неподвижен.

2. Паруса на парусной лодке похожа на воздушных змеев. Ты когда-нибудь запускал воздушного змея, или видел как кто-то запускает воздушного змея?

3. Сколько парусов на этой парусной лодке? Почему ты думаешь у него так много?



Она шла по дороге,  
поднялась на гору,  
держала цветок в воздухе,  
улыбнулась горному козлу,  
посмотрела вверх на облака,  
и поднялась на борт парусника.

1. Парусник добавлен конец списка. Ты Можешь пересказать этот список из шести шагов, не заглядывая на историю?

2. Может быть забавно прочесть что-то по памяти. Ты можешь рассказать какие-либо истории или стихотворение, или спеть какие-либо песни наизусть?

3. У тебя есть любимая песня которую тебе нравится петь? Как ты себя чувствуешь когда поёшь эту песню?




Айяна с нетерпением ждала куда её приведёт парусная лодка.

Луна выглянула из-за горизонта, когда день начал переходить в ночь.

1. Ночью солнце не видно. Луну всегда видно ночью? Ты когда-нибудь видел луну днём?

2. Когда ночью светит полная луна, ночное время может быть достаточно освещено, чтобы хорошо видеть. Тебе нравится гулять ночью во время полнолуния?

3. Что происходит с солнцем ночью? Оно разрушено, или его всё ещё могут увидеть некоторые люди?




Она сложила свою парусную лодку и  
снова сложила её пополам.

Потом она её открыла ...

1. Сколько было сгибов И сколько будет отрезков?  
(6, 64)

2. Запиши последовательность подсчёта для  
сегментов линии на данный момент: 1, 2, 4, 8,  
16, 32, 64. Составление списка или таблицы  
данных хороший способ увидеть закономерности  
в данных.

3. Когда ты умножаешь число само на себя  
несколько раз это называется возведением его в  
степень. Список номеров - 1, 2, 4, 8, 16 - Является  
степенями числа 2. Например,  $2 \times 2 \times 2 \times 2$  это 2  
в четвёртую степень, что получается 16.



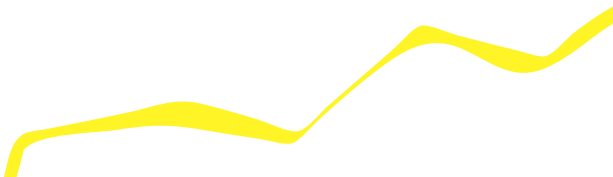
Это выглядело как **река!**

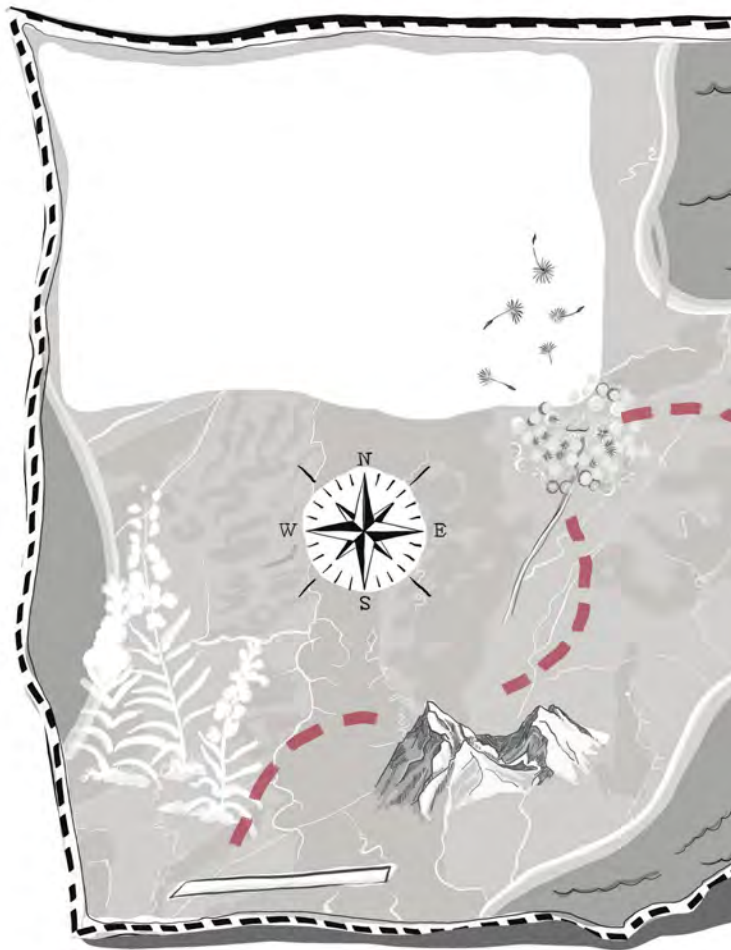


1. Посмотри какая извилистая эта река. Натуральные реки всегда извилистые, потому что им нужен способ избавиться от всей энергии воды, текущей вниз по склону. Представь как быстро текла бы вода, если бы она текла по одной прямой линии!

2. Течение реки вокруг очень похоже на то что тебе нужно бегать вокруг. Время от времени тебе нужно бегать, чтобы избавиться от лишней энергии. Что ты делаешь Когда чувствуешь что у тебя слишком много энергии?

3. Ты живёшь рядом с бассейном, рекой, прудом, или большим водоёмом? Тебе нравится плавать или плескаться в воде?





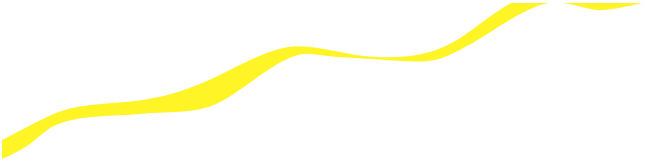
Она шла по дороге,  
поднялась на гору,  
держала цветок высоко в воздухе,  
улыбнулась горному козлу,  
посмотрела вверх на облака,  
поднялась на борт парусной лодки,  
и плыла по реке.

1. Айяна придумала длинную историю, составленную из всех фигур, сложенных ею из бумаги. Найди несколько предметов рядом с тобой и придумай историю с их участием.

2. У неё есть карта, которая начинается с прямой дороги и проходит через различные этапы. Ты когда-нибудь пытался найти дорогу к чему-либо с помощью карты?

3. Карта - это уменьшенная версия реального мира. Обычно она имеет ту же форму, что и то что ты видишь, но оно намного больше. Если использовать наше предыдущее выражение, это означает, что реальный мир и карта имеют схожие формы.






Она сложила свою реку обратно и снова сложила её пополам.

Затем она её открыла...

1. Образует ли сложенная река две реки, более длинную реку, или что-то ещё?

2. Сделай несколько предположений о том как будет форма в этот раз.

3. Ты думаешь что она сможет складывать свой листок бумаги вечно? Сможет ли она продолжать создавать новые формы? Что её остановит?





Это выглядело как **дракон!**

1. Если ты согласишься очень внимательно, Ты можешь найти Каждую из предыдущих фигур как часть изгибов этого дракона.

2. Если посчитать более ранние формы, из которых состоит это дракон, то ты обнаружишь 2 реки, 4 парусника, 8 облаков, 16 шикарных Козлов, 32 цветка, и 64 гор. Почему число продолжает удваиваться? (Каждый раз когда ты складываешь, ты создаёшь в два раза больше фигур чем уже есть.)

3. Ты когда-нибудь видел картинки драконов раньше? Опиши что ты знаешь о драконах. Драконы настоящие или воображаемые?



Она шла по дороге,  
поднялась на гору,  
держала цветок высоко в воздухе,  
улыбнулась горному козлу,  
посмотрела вверх на облака,  
поднялась на борт парусной лодки,  
плыла по реке,  
и прыгнула на спину дракона.

Айяна и дракон парили в звёздном ночном  
небе.

Она могла видеть мир далеко внизу,  
полный прекрасных узоров.

1. Какие части дракона мы видим на этой  
картинке?

2. Ты когда-нибудь представлял себе, каково это  
– умеет летать?

3. Представь себе птицу, настолько большую, что  
ты мог бы лечь ей на спину и летать по небу!



1. Она выглядела счастливой катаясь на своём драконе. Тебе бы понравилось кататься на драконе, или это было бы страшно, или возможно и то и другое?

2. Как ты думаешь чувствует себя дракон, когда на его спине сидит человек?

3. Известно что драконы дышат огнём. Это было бы потрясающее увидеть в ночном небе! Ты думаешь что этот может это сделать?



Айяна схватила оба конца своего дракона и сложила его обратно. Она попыталась сложить его пополам ещё раз, но это было слишком сложно!

1. Для Айяны, всё что она могла сделать это сложить бумагу на 7 раз. Сколько раз тебе удалось сложить свою бумагу?

2. Два в седьмой степени равно 128, поэтому в драконе Айяны 128 отрезков.

3. Представь, на сколько велики было бы в третью степень. Каковы первые несколько степеней числа три? (1, 3, 9, 27, 81)



Айяна и её дракон развернулись и  
отправились домой.  
Она посмотрела вниз на реку,  
увидела парусник,  
плыла сквозь облаков,  
помахала горному козлу,  
любовалась полями полными цветов,  
с благоговением смотрела на горы,  
и далеко-далеко,  
заметила крошечную полоску дороги, где  
началось её приключение.

1. На фотографиях на предыдущих страницах,  
и на этой, показаны все формы о которых мы  
слышали в этой истории кроме одной. Какая из  
них отсутствует?

2. В фигурах на этой странице некоторые  
квадраты завершены, а некоторые частичные.  
Ты думаешь что существует закономерность в  
количестве завершенных квадратов?

3. Подумай надо ещё вопросами об этих отрезках  
линии – это новый вид приключения.



Айяна услышала как её зовёт мама.

«Айяна, пора готовиться ко сну.»

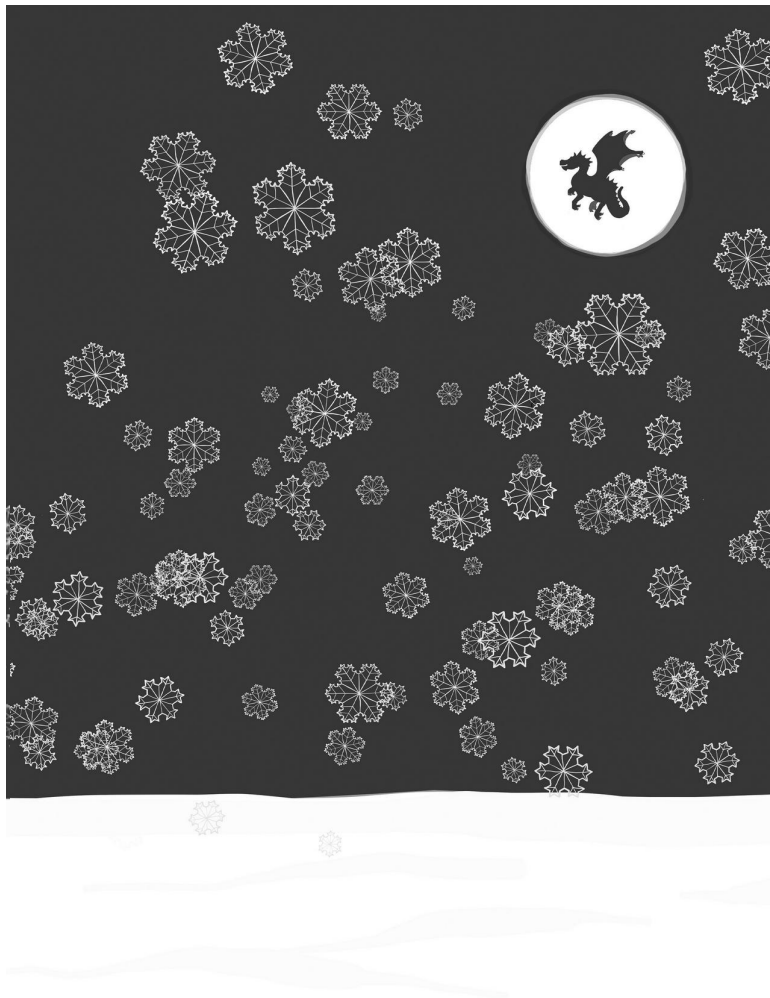
Она поднялась по ступенькам в одной двери и наблюдала как дракон улетал в свете луны.

Снежинки кружились над землёй когда Айяна сунула полоску бумаги в карман чтобы сохранить её на другой день.

1. На улице уже не тепло. Что поменялось?

2. Когда она в следующий раз достанет свой листок бумаги, ты думаешь что она найдёт новые способы сложить его, или выбрать свои знакомые формы?

3. Когда ты идёшь на приключения, тебе нравится ходить в места которые тебе нравятся, или ты испытываешь удачу отправляясь в новые места с новыми впечатлениями?



Затем она очень внимательно рассмотрела один из **снежинок ...**

1. Назови несколько вещей которые ты замечаешь в этих снежинках. (У них шесть выпуклостей, у них есть зеркальная симметрия, у них есть вращательная симметрия, Некоторые из них похожи на других)

2. Как ты думаешь Есть ли способ создания этих снежинок, похожие на способ создания Изгиб Дракона?

3. Находя новые способы взглянуть на привычные вещи, показывает тебе как много предлагает мир. Сохраняй свежий взгляд и открытый ум чтобы насладиться множеством волшебных математических путешествиях!

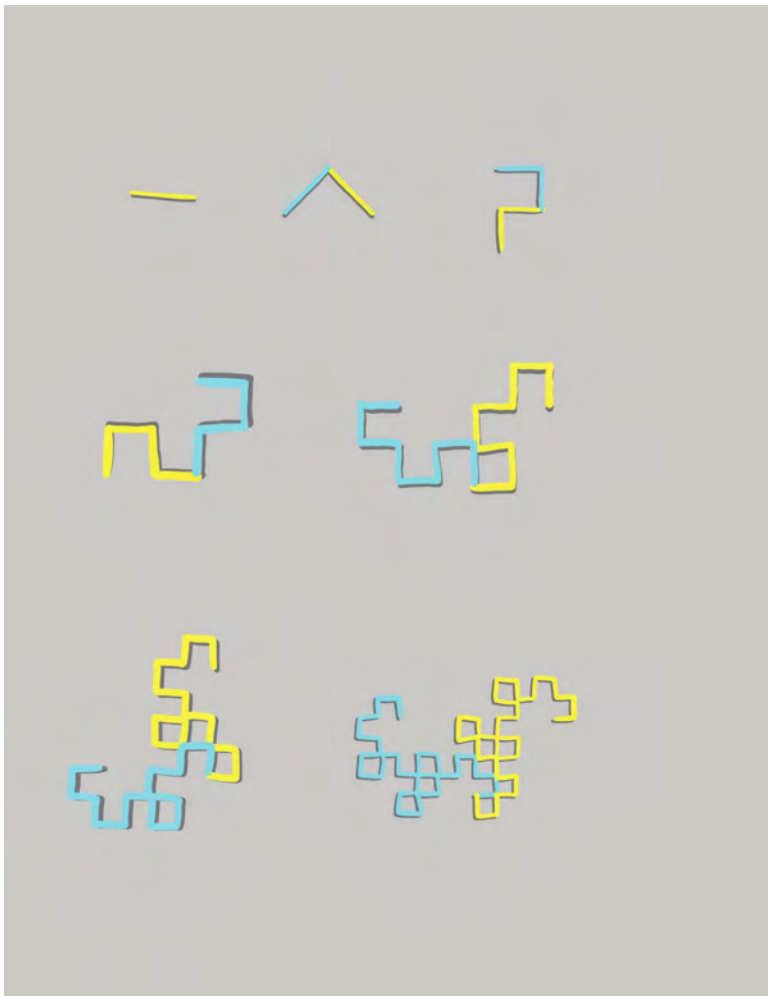
## Изгибы Дракона и Фракталы

**фрактал** это бесконечная закономерность которая следует одному и тому же правилу снова и снова. Математик Бенуа Мандельброт в 1975 году описал его как геометрическую фигуру которая «бесконечно увеличивается.» При увеличении масштаба можно увидеть более мелкие детали, каждая из которых кажется уменьшенной копией целого.

Когда Айяна складывала бумагу одним и тем же образом снова и снова, она создала фрактал, известный как **Изгиб Дракона**. С каждым новым складыванием бумаги расстояние между сгибами становятся короче, а рисунок более детализированным. Этот узор может продолжаться до бесконечности: дракон складывающийся сам в себя, заполняющий пространство, никогда не пересекающий сам себя, и не заходит в тупик. Если увеличить часть дракона, можно увидеть дракона поменьше. Ты можешь увеличивать это вечно! В сети есть несколько красивых видео этого.

**Снежинка Коха** Ещё один пример фрактала в путешествии Айяны. Начни с треугольника, все стороны которого имеют одинаковую длину (равносторонний треугольник). Раздели каждую сторону на три и построй ещё один равносторонний треугольник в средней третьей части каждой стороны. Сотри нижнюю часть каждого Нового треугольника и продолжай узор. Довольно быстро это становится похоже на снежинку, с каждым шагом делая её более детализированной.

Природа полна фракталов. Поворотники, деревья, горы, одуванчики, облака, речные сети, снежинки, береговые линии, ракушки, ураганы, молния, лёгкие, и брокколи – вот некоторые примеры из реальной жизни. Ты можешь что-нибудь из этого найти в приключения Айяны? Другие известные фракталы - это множество Мандельброта, Треугольник Серпинского, и Губка Менгера.



Вот формы созданы с помощью 0, 1, 2, 3, 4, 5, и 6 складок.

Ты можешь это сделать сам. Возьми длинную полоску бумаги и сложи её пополам, например левый конец загни вправо. Затем открой его так чтобы получился угол в 90 градусов. Теперь смотри на бумагу — в ней есть складка. Сложи бумагу ещё раз, а затем сложи её пополам таким же образом, левый конец к правому. Теперь когда ты её снова открываешь, сохраняй все углы 90 градусов (похожие на полы и стены), у тебя есть разные складки идущие в разные направления.

Когда ты поставишь полоску бумаги на ребро, ты увидишь захватывающий узор, полный квадратов и углов в 90 градусов, идущих во всех направлениях.



Это формы, созданные в результате выполнения 7, 8, 9, 10, 11, и 12 складок.

После пяти или шести сложений, бумага начинает напоминать дракона. Если бы ты продолжал складывать бумагу вечно, каждый шаг создавал бы более сложного дракона. Изгиб Дракона - это кривая заполняющее пространство; с каждым новым складыванием бумаги и расстояние между сгибами становится короче, а рисунок более подробным.

Можно расположить несколько драконов, чтобы создать захватывающие дизайны. Соедини двух драконов головой к хвосту, чтобы получился дракон следующего размера. Соедини четырёх драконов головами друг к другу чтобы получилась спираль. Соединение несколько драконов за их хвосты, чтобы покрыть поверхность. Существует много способов вращать, отражать запятая и перемещать драконов чтобы создавать красивые геометрические фигуры.

## Авторские Права и Благодарности

Автор: Алисия Бердесс

Иллюстратор: Катрина Ширли

Аннотации: Крис Райт

© Авторские Права 2022 принадлежат Алисии Бердесс . Предоставляется разрешение на создание и распространение электронных копии данной работы без изменений и без какой-либо коммерческой выгоды. Никакая другая форма воспроизведения любой части этой работы не допускается без письменного разрешения владельца авторских прав.

Благодарности автора: огромное спасибо моим героям математи, которые изменили мою жизнь, показав мне каким может быть изучение и преподавания математики: Норма Лашанс, Джесси Ширли, Мардж Фарис, Герри Лорвей, Грейсон Уитли, Питер Лильедааль, Аннет Руло, Джеймс Тантон, Натали Синклер, Рина Зазкис, Дэвид Пимм, Сунил Сингх, Джо Боалер, и Дэвид Мартин. Вы познакомили меня с красотой и радостью узоров и решения проблем, глубоко обучение, совместной групповой работы, и «Классов Мышления.» Спасибо что вы стали неотъемлемой частью моего математического путешествия!

И последнее спасибо Катрине Ширли. Без тебя, Айяна и её история никогда бы не были воплощены в жизнь.

Благодарности иллюстратора: для двух самых влиятельных женщин в моей жизни — моя мама и бабушка. Спасибо.